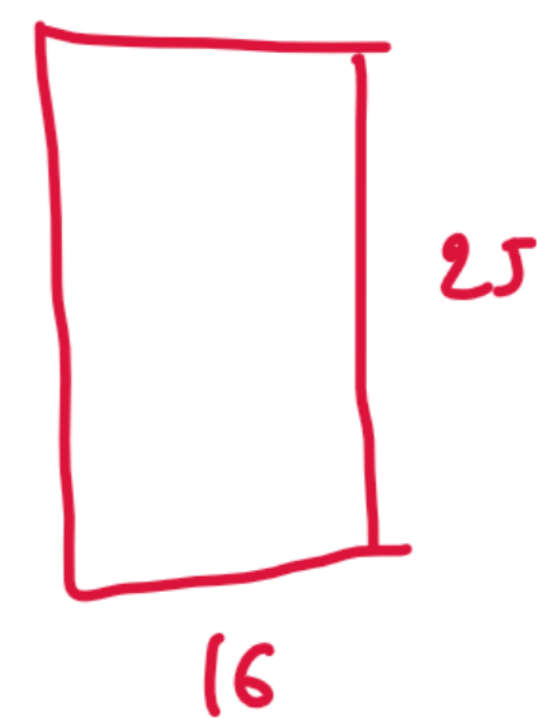
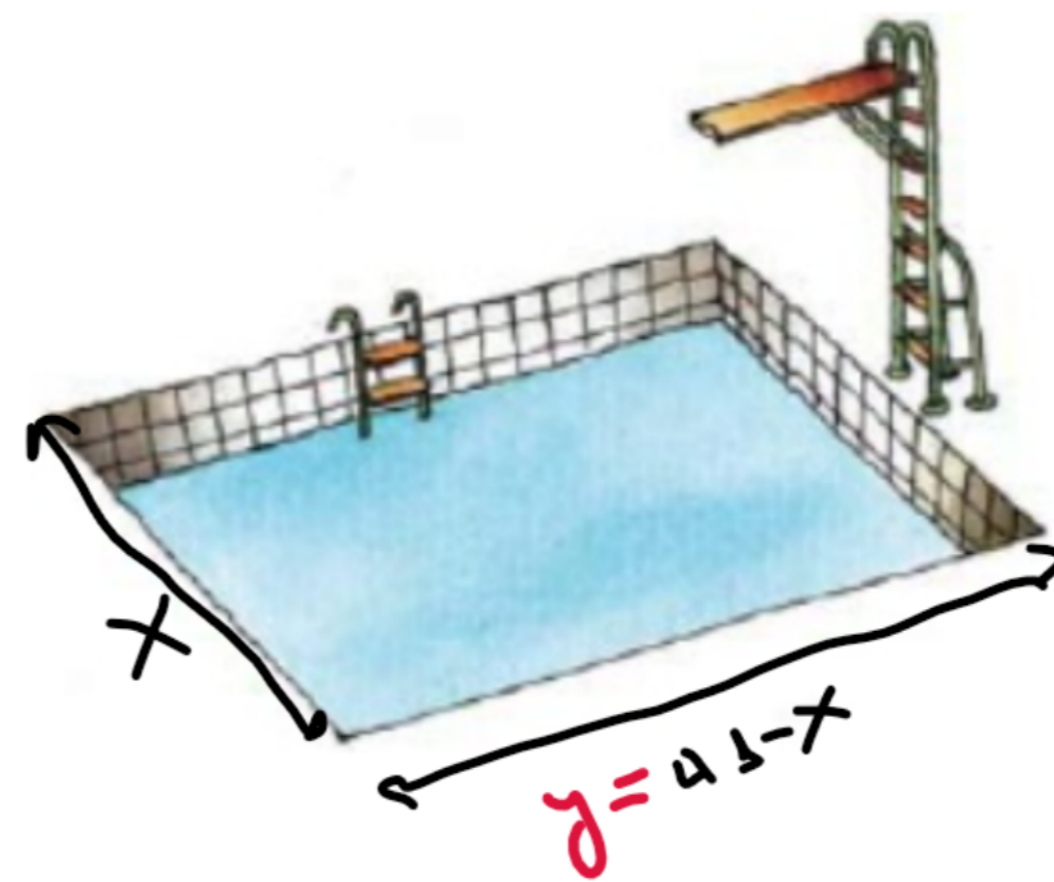


1/4/2026 Γ' Γυμνασία (ΚΡΟΚΕΣ)

$$x + y = 41 \Rightarrow y = 41 - x$$

### Πρόβλημα 1ο

Το εμβαδόν μιας κολυμβητικής πισίνας είναι  $400 \text{ m}^2$ . Να βρείτε τις διαστάσεις της, αν αυτές έχουν άθροισμα  $41 \text{ m}$ .



### Λύση

$$E = b \cdot u \Rightarrow 400 = (41 - x) \cdot x$$

$$400 = 41x - x^2$$

$$\left. \begin{aligned} a &= 1 \\ b &= -41 \\ \gamma &= 400 \end{aligned} \right\}$$

$$x^2 - 41x + 400 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot \gamma$$

$$\Delta = (-41)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 400$$

$$\Delta = \dots = 81 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-41) \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{41 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{41 + 9}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

$$x_2 = \frac{41 - 9}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

1<sup>η</sup>) Αν  $x = 25$  τότε  $y = 41 - x = 41 - 25 \Rightarrow y = 16$

2<sup>η</sup>) Αν  $x = 16$  τότε  $y = 41 - x \Rightarrow y = 41 - 16 \Rightarrow y = 25$

Άρα οι διαστάσεις της πισίνας είναι  $x = 16 \text{ m}$  και  $y = 25 \text{ m}$  σε κάθε περίπτωση.

Αεμίσειτ βιβλία σελ. 101

3 Η χωρητικότητα ενός δοχείου λαδιού είναι  $10$  λίτρα. Αν το δοχείο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με ύψος  $2,5 \text{ dm}$  και βάση τετράγωνο, να βρείτε το μήκος της πλευράς της βάσης του. ( $1 \text{ λίτρο} = 1 \text{ dm}^3$ )

$$\left\{ \begin{aligned} V &= \text{Όγκος} \rightarrow \text{Χώρο είναι 3 διαστάσεις} \\ &(\text{μήκος} \cdot \text{πλάτος} \cdot \text{ύψος}) \\ V &= \mu \cdot \pi \cdot \upsilon \quad (\text{m}^3, \text{dm}^3 = \ell, \text{cm}^3 = \text{ml}, \text{mm}^3) \end{aligned} \right.$$

$$V = x \cdot x \cdot u$$

$$10 \text{ dm}^3 = x \cdot x \cdot 2,5$$

$$\frac{10 \cdot 2,5}{2,5} = \frac{x^2}{2,5} \Rightarrow x^2 = 10$$

$$x^2 = 4$$

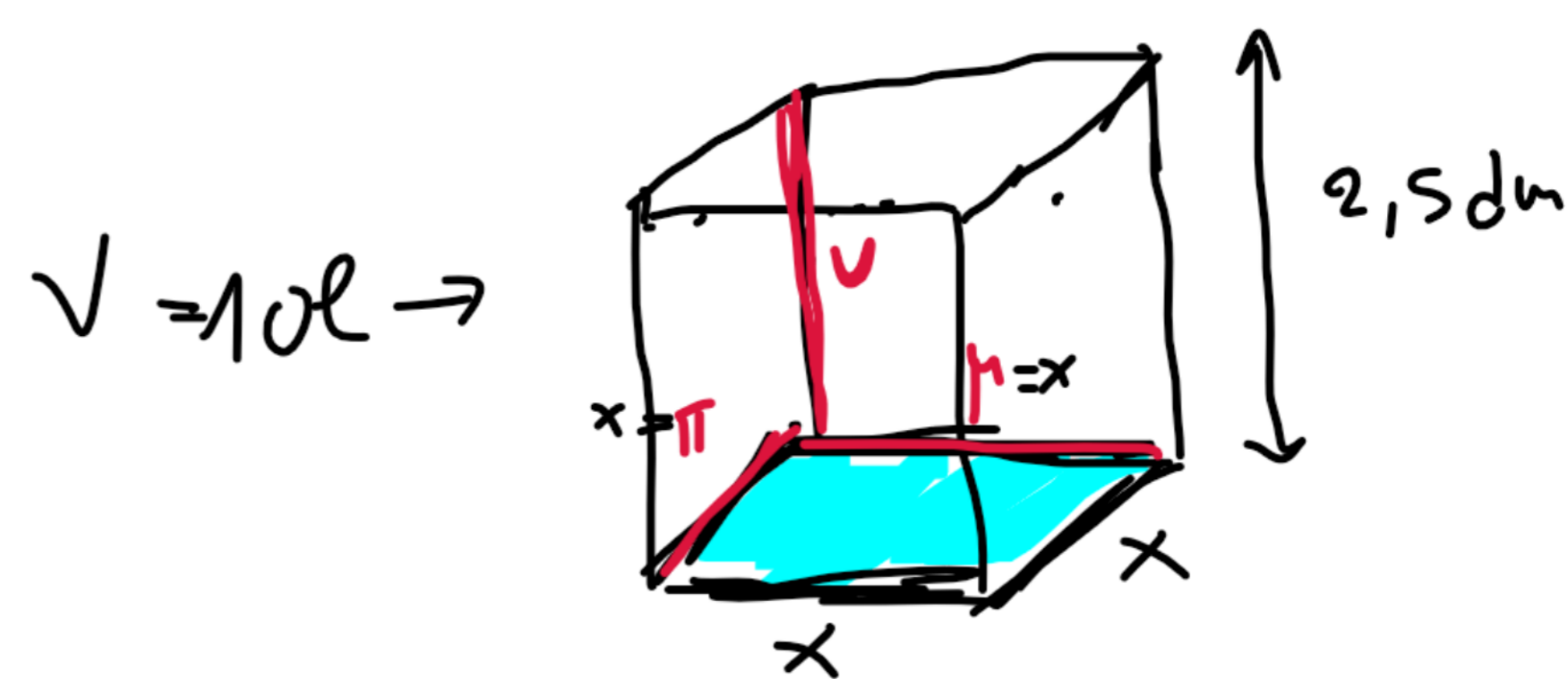
$$\sqrt{x^2} = \pm \sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$

$$\Delta \text{ηλ. } x = -2 \text{ ή } x = 2.$$

Απορρίπτεται (δίδει το  $x$  είναι διδάσει)

Άρα  $x = 2 \text{ dm}$



$$2,5x^2 - 10 = 0 \quad a = 2,5$$

$$\Delta = \dots \quad b = 0$$

$$\gamma = -10$$

$$x_{1,2} = \dots$$

$$x_1 = -2$$

ή

$$x_2 = 2$$

Για τη λύση των προβλημάτων, με τη βοήθεια των εξισώσεων, ακολουθούμε τα εξής βήματα:

- ▶ Προσδιορίζουμε το άγνωστο στοιχείο του προβλήματος και το εκφράζουμε με ένα γράμμα ( $x$  ή  $v$  ή  $z$  ή  $\omega$  κ.τ.λ.), που είναι ο "άγνωστος" του προβλήματος.  $\rightarrow$  το ζητάμε στη τελευταία πράξη (π.χ. η διαφορά των ετραγώνων)
- ▶ Εκφράζουμε στοιχεία του προβλήματος με τη βοήθεια του αγνώστου. (π.χ.  $y = 41 - x$ )
- ▶ Περιγράφουμε με μία εξίσωση το πρόβλημα.  $\rightarrow$  Συνδιαστής των δεδομένων.
- ▶ Επιλύουμε την εξίσωση του προβλήματος.
- ▶ Επαληθεύουμε τη λύση που βρήκαμε.  $\rightarrow$  π.χ. Άθροισμα των πλευρών:  $x + y = 41$

Αν βρω κάτι που δεν ισχύει:

$45 = 41$  Αδύνατον

- 1<sup>ο</sup>) έχω κάνει λάθος στις πράξεις
- 2<sup>ο</sup>) έχω φτιάξει λάθος εξίσωση

$x = 50$  Αδύνατον διότι  $x > x + y = 41$

$x + y = 41$

$16 + 25 = 41$

$41 = 41$  Ισχύει ✓

HW:

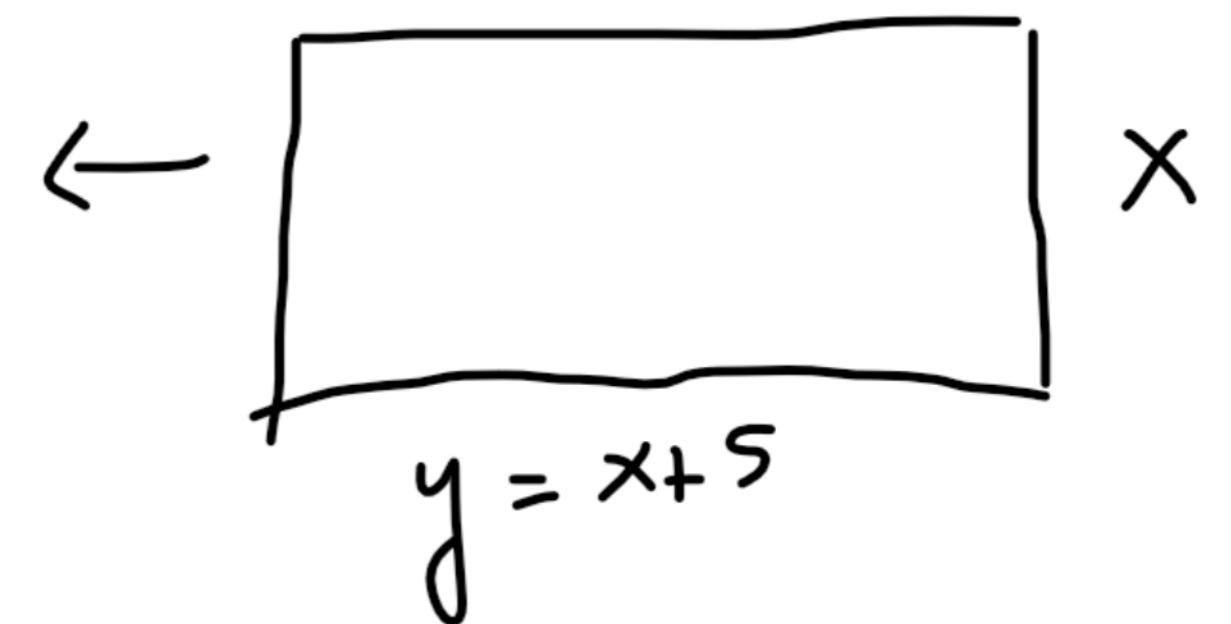
4 Ένα οικόπεδο έχει σχήμα ορθογωνίου με εμβαδόν  $150 \text{ m}^2$ . Αν το μήκος του είναι  $5 \text{ m}$  μεγαλύτερο από το πλάτος του, να βρείτε πόσα μέτρα συρματοπλέγμα χρειάζονται για την περιφράξη του.

$E = x \cdot y$

$\pi = x + y + x + y$

Περίμ. 42 ποστ

$E = 150 \text{ m}^2$



HW:

7 Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου μιας χώρας κάθε ομάδα έδωσε με όλες τις υπόλοιπες ομάδες δύο αγώνες (εντός και εκτός έδρας). Αν έγιναν συνολικά 240 αγώνες, πόσες ήταν οι ομάδες που συμμετείχαν στο πρωτάθλημα;

Λύση:  $x \rightarrow$  το πλήθος ομάδων που συμμετείχαν

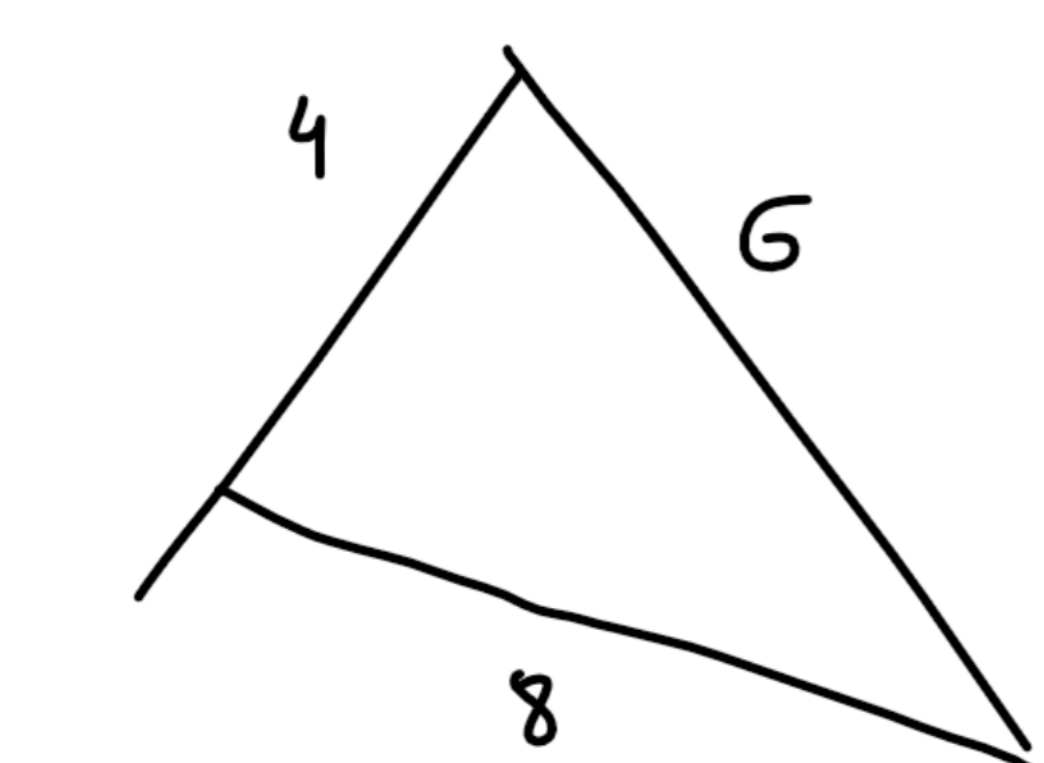
$x - 1 \rightarrow$  το πλήθος αγώνων εντός έδρας

$x \cdot (x - 1) = 240$

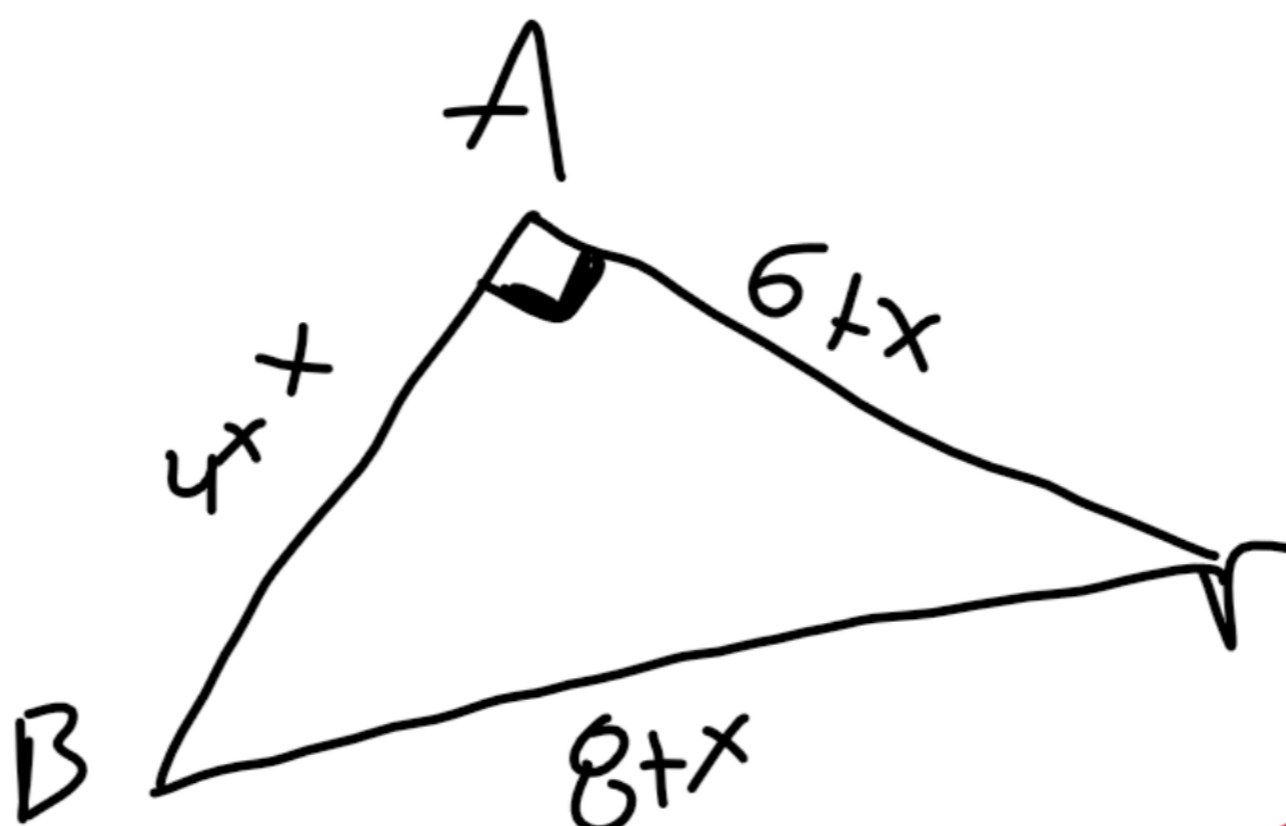
$x^2 - x - 240 = 0$

$\Delta = \dots$

8 Ένα τρίγωνο έχει πλευρές  $4 \text{ cm}$ ,  $6 \text{ cm}$  και  $8 \text{ cm}$ . Αν κάθε πλευρά του ήταν μεγαλύτερη κατά  $x \text{ cm}$ , τότε το τρίγωνο θα ήταν ορθογώνιο. Να βρείτε τον αριθμό  $x$ .



Δεο άρα δεν έχω πραγματικούς ρίζες.



Αν  $\triangle ABR$  είναι ορθογώνιο

θα ισχύει π.θ:

$AB^2 + AR^2 = BR^2$

$(4+x)^2 + (6+x)^2 = (8+x)^2$

$16 + 8x + x^2 + 36 + 12x + x^2 = 64 + 16x + x^2$   
 $52 + 20x + 2x^2 - 64 - 16x - x^2 = 0$

$x^2 + 4x - 12 = 0$   $x^2 + 4x - 8 = 0$

6 Ο καθηγητής των Μαθηματικών πρότεινε στους μαθητές του να λύσουν ορισμένες ασκήσεις για να εμπεδώσουν την ενότητα που διδάχτηκαν. Όταν αυτοί τον ρώτησαν σε ποια σελίδα είναι γραμμένες οι ασκήσεις, αυτός απάντησε: «Αν ανοίξετε το βιβλίο σας, το γινόμενο των αριθμών των δύο αντικριστών σελίδων μέσα στις οποίες είναι γραμμένες οι ασκήσεις, είναι 506». Μπορείτε να βρείτε σε ποιες σελίδες είναι γραμμένες οι ασκήσεις;

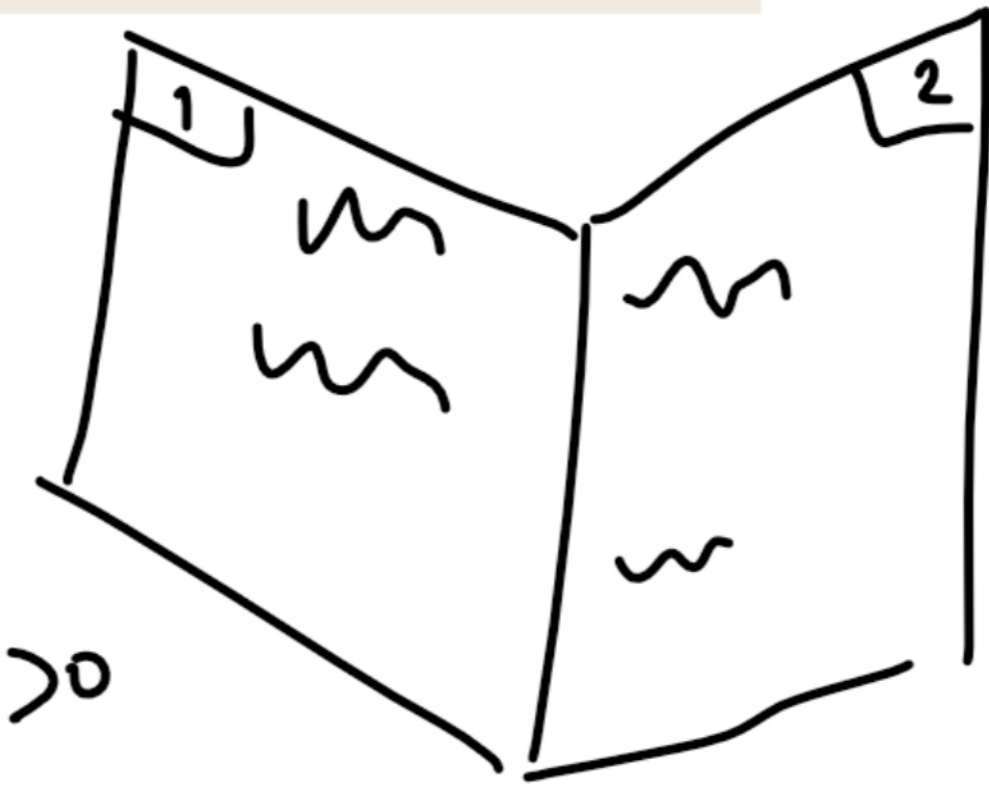
$$\begin{aligned} \text{Αρ. Σελ.} &\rightarrow x \\ \text{Δεξ. Σελ.} &\rightarrow x+1 \end{aligned}$$

$$x \cdot (x+1) = 506$$

$$x^2 + x - 506 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1^2 - 4(-506) \cdot 1 = 1 + 2024 = 2025 > 0$$



$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm 45}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 45}{2} = \frac{44}{2} = 22$$

Άρα οι σελίδες είναι 22, 23

n.x. 7 → 7+1 = 8

100 → 100+1 = 101

x → x-1

$$x_2 = \frac{-1 - 45}{2} = \frac{-46}{2} = -23$$

Απορρίπτεται  $x > 0$  αφού είναι αριθμός σελίδας

HW:

5 Να βρείτε δύο διαδοχικούς περιττούς ακεραίους, που το άθροισμα των τετραγώνων τους να είναι 74.

Διαδοχικοί: 20, 21, 22 → 20, 20+1, 20+2  $x, x+1, x+2$

Διαδοχικοί περιττοί: 5, 7, 9 → 5, 5+2, 5+4 | 11, 13, 15 → 11, 11+2, 11+4

περιττοί:  $2x+1$  → n.x.  $x=0, 2 \cdot 0 + 1 = 1$   
 $x=1, 2 \cdot 1 + 1 = 3$   
 $x=2, 2 \cdot 2 + 1 = 5$

$$(2x+1)^2 + (2x+3)^2 + (2x+5)^2 = 74$$

⋮

12 Για την κατασκευή μιας κλειστής κυλινδρικής δεξαμενής καυσίμων ύψους 6 m, χρειάστηκαν 251,2 m<sup>2</sup> λαμαρίνας. Να υπολογίσετε την ακτίνα της βάσης της δεξαμενής.

$$L = 2\pi r$$

$$E = b \cdot u$$

$$E_G = E_n + 2E_k$$

$$E_G = 251,2$$

$$251,2 = b \cdot u + 2 \cdot 2\pi r^2$$

$$251,2 = 6 \cdot b + 4\pi r^2 \quad \text{①}$$

$$251,2 = 6 \cdot 2\pi r + 4\pi r^2$$

$$251,2 = 12 \cdot \pi r + 4 \cdot \pi r^2$$

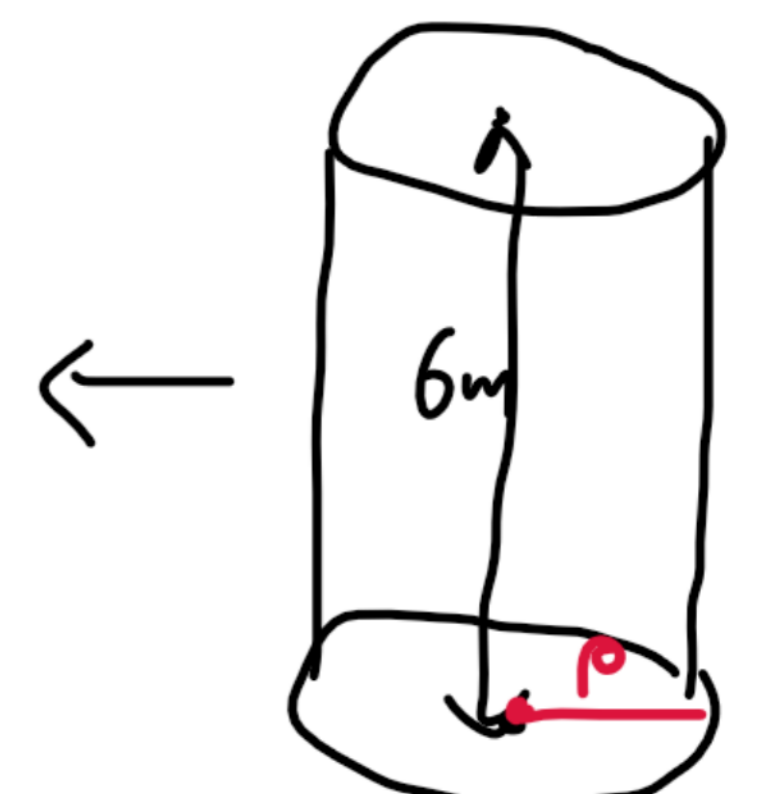
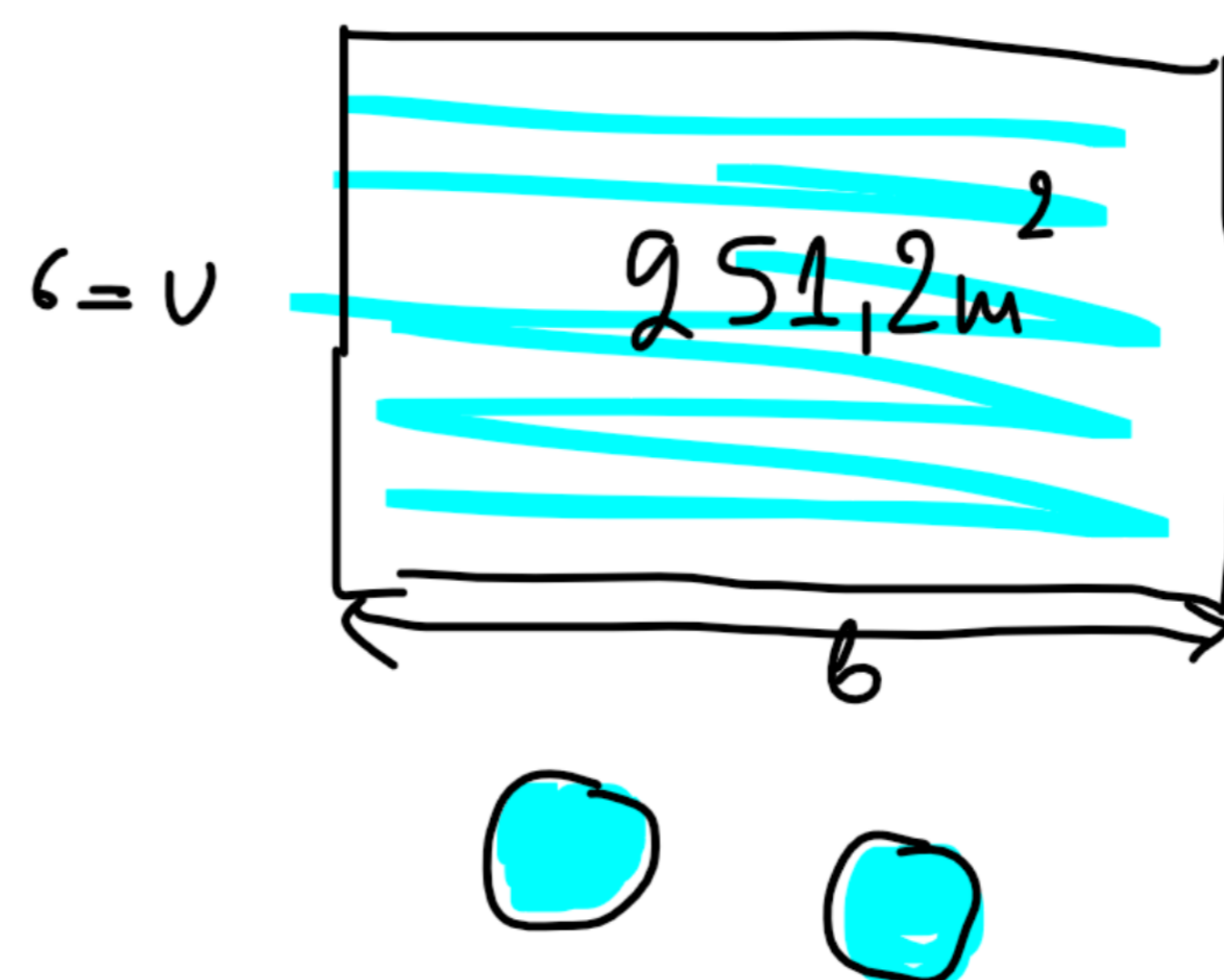
$$4\pi r^2 + 12\pi r - 251,2 = 0$$

$$4\pi r^2 + 12\pi r - 3,14 \cdot 80 = 0$$

$$4\pi r^2 - 12\pi r - 780 = 0 \Rightarrow \frac{4r^2 - 12r - 80}{\pi} = 0 \Rightarrow 4r^2 - 12r - 80 = 0$$

$$\Delta = \dots$$

$$x_{1,2} = 4 \text{ και } (-16) \text{ Απορ.}$$



$$\pi = 3,14$$

Άρα  $r = 4$ .

$$b \text{ και } r \rightarrow b = L$$

$$b = 2\pi r \quad \text{①}$$

HW